

УДК 51–7

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ ГОРОДСКОЙ  
ЗАСТРОЙКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА  
OPENFOAM**

Мл. научн. сотр. **Волик М. В.**,  
Южный математический институт  
Владикавказского научного центра РАН  
и Правительства РСО-Алания,  
г. Владикавказ

*В данной работе представлены результаты расчетов с использованием 8 процессоров суперкомпьютера МГУ «Ломоносов». Исследования проводили с использованием пакета OpenFoam и удаленного доступа к технологической платформе «Университетский кластер» (<http://www.uniclustar.ru>) – проект Института системного программирования Российской Академии наук UniHUB.ru. Расчеты проводили с использованием решателя pisoFoam для нестационарного несжимаемого турбулентного потока и модели крупных вихрей (LES) для дома высотой и шириной 15 м и расстоянием перед домом и за домом по 75 м в двумерном приближении. Для визуализации полученных результатов использована программа ParaView, которая позволяет строить линии тока, графики одной или нескольких рассчитанных величин в заданном сечении, получать средние значения по объему или поверхности и экспортировать данные в файл.*

Решение задач аэродинамики, как правило, заключается в решении двумерных уравнений гидродинамики с соответствующими граничными условиями, численными методами, размерами сеток, шагом по времени и т.д. [1]. Написание программного продукта для решения частных случаев уходит много времени. Больших затрат компьютерного времени требует и сам расчетный эксперимент, а решение полученное в безразмерном виде во многих случаях труднее воспринимается. Возникают вопросы о высоте зданий и скорости воздуха в привычных для всех единицах системы СИ. Решить эти проблемы позволяет свободно распространяемый пакет OpenFoam, который представляет собой инструмент для решения систем дифференциальных уравнений в частных производных как по пространству, так и по времени [2]. Он позволяет также миними-

зирать затраты машинного времени путем использования многопроцессорных вычислительных систем.

В данной работе представлены результаты расчетов с использованием 8 процессоров суперкомпьютера МГУ «Ломоносов». Исследования проводились с использованием пакета OpenFoam и удаленного доступа к технологической платформе «Университетский кластер» (<http://www.unicluster.ru>). Расчеты проводились для одного дома с разным расстоянием до него от входной и выходной границ и для одиночных уличных каньонов с домами разной высоты по их сторонам и разной шириной улиц. Использовался решатель pisoFoam для нестационарного несжимаемого турбулентного потока. Турбулентность моделировалась с использованием модели крупных вихрей и  $k - \varepsilon$ -модели. Моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) постепенно становится всё более популярной методикой расчета турбулентных течений не только в исследовательской, но и инженерной практике. При этом численно решаются трёхмерные нестационарные уравнения с использованием единой модели турбулентности, которая действует как подсеточная модель в областях с высоким сеточным разрешением и как модель URANS (Unsteady RANS – обычные уравнения Навье-Стокса осредненные по Рейнольдсу (RANS), но с учетом нестационарного члена) в областях, где сеточное разрешение недостаточно.  $k - \varepsilon$ -модель является наиболее распространенной из моделей с осреднением по Рейнольдсу (RANS). Приведенные модели турбулентности пригодны для моделирования турбулентных течений. Однако вблизи стенок местное турбулентное число Рейнольдса является столь малым, что вязкие эффекты превалируют над турбулентными. Один из наиболее распространенных подходов к моделированию таких течений связан с использованием метода пристеночных функций, который использует универсальные соотношения (пристеночные функции), связывающие параметры течения с расстоянием от стенки.

Для визуализации полученных результатов использована программа ParaView, которая позволяет строить линии тока, графики одной или нескольких рассчитанных величин в заданном сечении, получать средние значения по объему или поверхности и экспортировать данные в файл.

На рис. 1а показан фрагмент схемы течения воздуха при обтекании дома для крупной сетки с шагом по пространству 1 м, а

на рис. 1б – фрагмент аналогичной схемы для мелкой сетки с шагом по пространству 0,5 м в момент времени 1000 секунд после начала расчетов. Высота и ширина дома принималась равной 15 м, а расстоянием перед домом и за домом по 75 м в двумерном приближении.

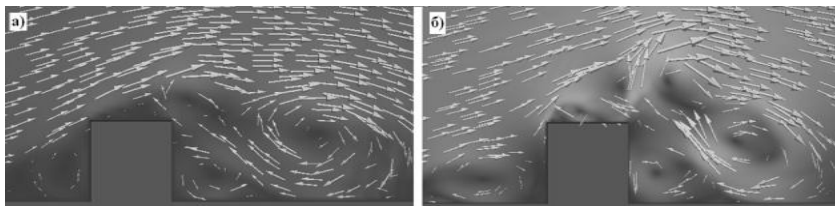


Рис. 1. Фрагменты схем течения воздуха при обтекании дома (LES-модель турбулентности).

Использовалась равномерная сетка с числом точек по горизонтали 165, по вертикали 75 для шага 1 м, а также равномерная сетка с числом точек 330×150 для шага 0,5 м. Выходная граница находится на расстоянии 11 высот дома от входной границы, а верхняя граница – на расстоянии 5 высот дома от поверхности земли. Кроме того, для сетки с шагом 1 м проводились расчеты при вдвое больших горизонтальных размерах расчетной области. Расчеты проводились для интервала времени от 0 до 1000 секунд с шагом 0,001. Время, затраченное на расчет варианта с числом точек 165×75 с крупной и мелкой сеткой, составило соответственно 15 и 24 часа, а с числом точек 330×150 и крупной сеткой – 38 часов.

Использовались следующие граничные условия:

- для скорости – на входе фиксированное значение (10м/с); на выходе – нулевой градиент ( $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$ ); на верхней и нижней стенках – условие прилипания (равенство нулю всех компонент скорости);

- для давления – на входе, верхней и нижней стенках – нулевой градиент ( $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ ); на выходе – фиксированное значение (0);

- для энергии турбулентности – на входе – фиксированное значение; на выходе, верхней и нижней границах – нулевой градиент  $\left(\frac{\partial k}{\partial n} = 0\right)$ .

Результаты расчетов показали, что течение при двумерном обтекании дома не устанавливается. Видно, что шаг сетки оказывает влияние на качественную картину течения воздуха, что, скорее всего, связано с влиянием шага сетки на масштаб турбулентности в LES-модели. На рис. 2а, 2б, 2в показано распределение горизонтальной составляющей скорости ветра на расстоянии 5 м перед домом.

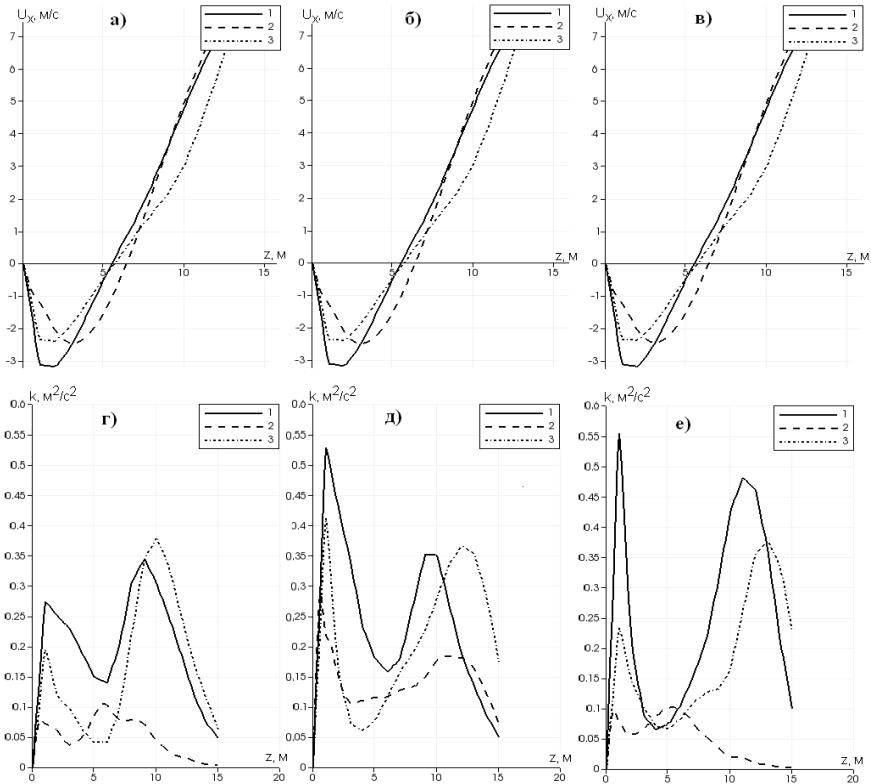


Рис. 2. Распределение горизонтальной составляющей скорости воздуха (а, б, в) и изменение энергии турбулентности (г, д, е) по высоте от поверхности земли на расстоянии 5 м перед домом в разные моменты времени (LES-модель турбулентности).

На рис. 2*а*, 2*б*, 2*в* – изменение энергии турбулентности в этом же сечении в моменты времени 800, 900 и 1000 секунд соответственно. Кривые 1 соответствуют варианту с крупной сеткой, кривые 2 – с мелкой сеткой, а кривые 3 – с крупной сеткой, но большими горизонтальными размерами расчетной области. Из графиков видно, что максимальная скорость возвратного течения наблюдается при меньших размерах расчетной области и больших шагах сетки. Скорость течения воздуха в этом сечении мало зависит от времени, а энергия турбулентности во всех вариантах расчетов в разные моменты времени заметно отличается.

На рис. 3*а*, 3*б*, 3*в* показано распределение горизонтальной составляющей скорости ветра на расстоянии 5 м за домом, а на рисунках 3*г*, 3*д*, 3*е* – изменение энергии турбулентности в этом же сечении.

Кривые 1 соответствуют варианту с крупной сеткой, кривые 2 – с мелкой сеткой, а кривые 3 – с крупной сеткой, но большими горизонтальными размерами расчетной области. Скорость возвратного течения и скачки энергии турбулентности значительно выше в последнем случае.

Заметное влияние расстояния до границ, скорее всего, связано с разным характером изменения во времени системы вихрей около дома. Кроме того, сильное влияние на картину течения оказывает шаг сетки.

На рис. 4*а*, 4*б*, 4*в*, 4*г* показаны фрагменты схемы течения воздуха в уличных каньонах с домами высотой 20 м и 15 м по их сторонам, шириной улиц 15 м, 20 м, 30 м и 40 м, соответственно, в момент времени 1000 секунд. Использовалась равномерная сетка с шагом 1 м. Выходная граница находится на расстоянии 7 высот дома на подветренной стороне улицы от входной, а входная граница – на расстоянии одной высоты этого же дома от уличного каньона. Верхняя граница – на расстоянии 5 высот дома от дна уличного каньона. Расчеты проводились с использованием LES модели турбулентности без пристеночных функций для интервала времени от 0 до 1000 секунд с шагом 0,001.

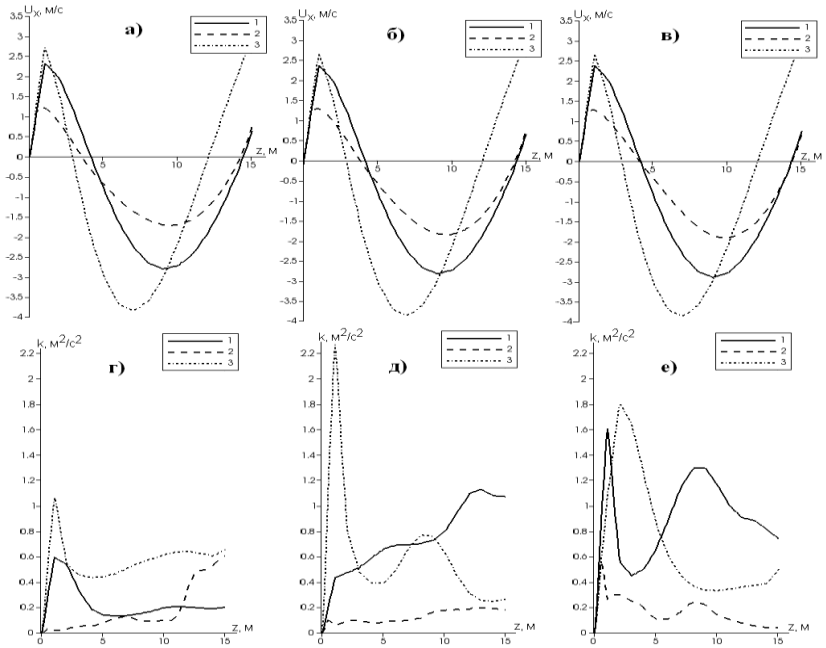


Рис. 3. Распределение горизонтальной составляющей скорости воздуха (а, б, в) и изменение энергии турбулентности (г, д, е) по высоте от поверхности земли на расстоянии 5 м за домом в разные моменты времени (LES-модель турбулентности).

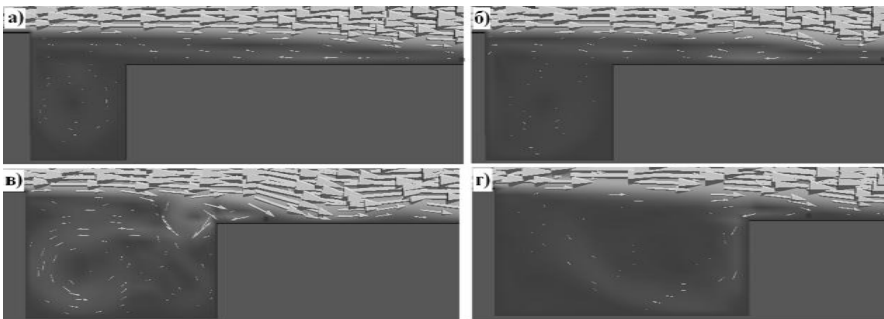


Рис. 4. Схемы течения воздуха в уличных каньонах с домами высотой 20 м и 15 м и шириной уличных каньонов 15 м (а), 20 м (б), 30 м (в) и 40 м (г) (LES-модель турбулентности без пристеночных функций).

Результаты расчетов показали, что в улицах шириной 15 м и 20 м течение за время расчетов устанавливается, а в более широких улицах остается нестационарным. Внутри узких улиц образуется один вихрь, а над ним и выше крыш низких домов – второй вихрь. Точка прилипания потока на крышах более низких домов находится дальше от края дома в более узких улицах. Внутри широких улиц образуется несколько вихрей. При ширине улицы 30 м над вихрями внутри уличного каньона образуется несколько вихрей, а при ширине 40 м — верхний вихрь внутри уличного каньона захватывает область над более низкими домами.

Для сравнения проведены расчеты для этих же уличных каньонов с использованием пристеночных функций. Результаты расчетов показали, что картина течения заметно изменяется. К рассматриваемому моменту времени течение устанавливается. Многовихревой структуры не наблюдается. Точка прилипания потока на крышах низких домов улиц шириной 15 м и 20 м находится гораздо ближе к краю домов. А в уличных каньонах шириной 30 м и 40 м поток на крыши низких зданий не заходит.

Для сравнения проведены исследования этих же уличных каньонов с использованием стандартной  $k-\varepsilon$ -модели турбулентности [2]. На рис. 5а, 5б, 5в, 5г показаны фрагменты схемы течения воздуха в уличных каньонах с домами высотой 20 м и 15 м, шириной улиц 15 м, 20 м, 30 м и 40 м соответственно в момент времени 1000 секунд. В расчетах использовались пристеночные функции.

В расчетах с такой моделью турбулентности течение быстро устанавливается. Видно, что в уличных каньонах рассматриваемой ширины образуется один вихрь внутри уличного каньона, который не заходит на крыши низких домов.

Кроме того, проведены расчеты для этих же уличных каньонов без использования пристеночных функций. Результаты расчетов показали, что течение устанавливается быстрее, чем в аналогичном случае с использованием LES модели турбулентности. Внутри уличных каньонов образуется один вихрь, который не заходит на крыши низких домов, а его центр находится в верхней части уличных каньонов. Это значит, что скорость потока в нижней части улиц заметно ниже.

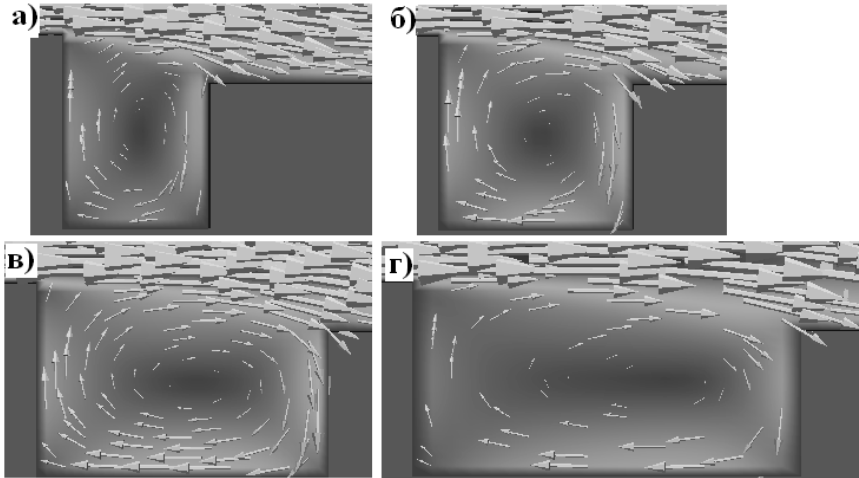


Рис. 5. Схемы течения воздуха в уличных каньонах с домами высотой 20 м и 15 м и шириной уличных каньонов 15 м (а), 20 м (б), 30 м (в) и 40 м (г) ( $k-\varepsilon$ -модель турбулентности с пристеночными функциями).

На рис. 6а показано распределение горизонтальной составляющей скорости ветра по высоте в центре уличных каньонов шириной 15 м, а на рис. 6б – изменение энергии турбулентности в этом же сечении в момент времени 1000 секунд. Кривые 1 соответствуют варианту расчетов с использованием LES-модели турбулентности без пристеночных функций, кривые 2 – LES-модель турбулентности с пристеночными функциями, кривые 3 –  $k-\varepsilon$ -модель турбулентности без пристеночных функций, кривые 4 –  $k-\varepsilon$ -модель турбулентности с пристеночными функциями.

Результаты расчетов показывают, что использование разных моделей турбулентности дает разную качественную картину течения воздуха внутри уличных каньонов (кривые 1 и 3). А использование пристеночных функций в соответствующих моделях турбулентности заметно влияет на скорость потока (кривые 2 и 4). Максимальные значения энергии турбулентности наблюдаются в случае  $k-\varepsilon$ -модели турбулентности без пристеночных функций (кривые 3), скорость течения в этом случае минимальна. А минимальные значения энергии турбулентности получены также без использования пристеночных функций, но в LES-модели турбулентности (кривые 1).



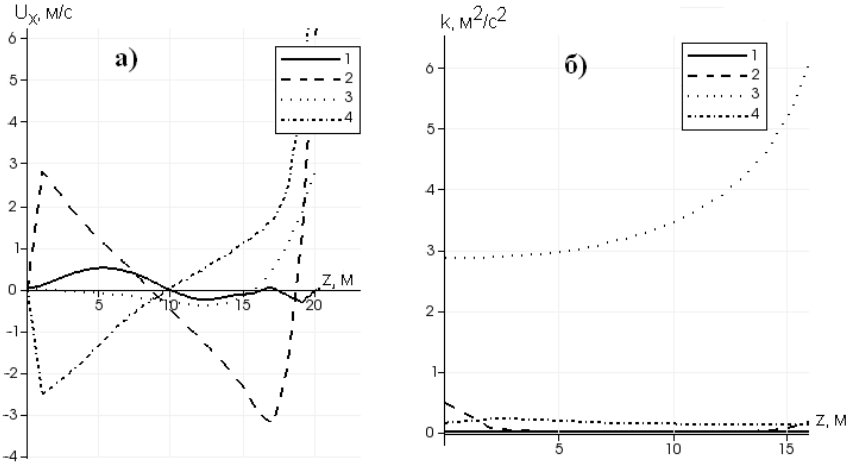


Рис. 6. Распределение горизонтальной составляющей скорости воздуха (а) и изменение энергии турбулентности (б) по высоте в центре уличных каньонов шириной 15 м в момент времени 1000 секунд.

В результате расчетов для уличных каньонов шириной 20м получена картина течения, похожая качественно и количественно на вариант с шириной уличного каньона 15 м. Это говорит о том, что в узких уличных каньонах характер течения незначительно зависит от их ширины.

Существенное влияние на направление и скорость течения воздуха, а так же энергию турбулентности оказывает модель турбулентности и использование пристеночных функций.

На рис. 7а показано распределение горизонтальной составляющей скорости ветра по высоте в центре уличных каньонов шириной 30 м, а на рис. 7б – изменение энергии турбулентности в этом же сечении в момент времени 1000 секунд. Кривые 1 соответствуют варианту расчетов с использованием LES модели турбулентности без пристеночных функций, кривые 2 – LES-модель турбулентности с пристеночными функциями, кривые 3 –  $k-\varepsilon$ -модель турбулентности без пристеночных функций, кривые 4 –  $k-\varepsilon$ -модель турбулентности с пристеночными функциями.

Из графиков видно, что, как и в предыдущих вариантах, на качественную картину течения воздуха без использования

пристеночных функций влияет модель турбулентности (кривые 1 и 3). Если же в LES-модели турбулентности использовать пристеночные функции, то в уличных каньонах шириной 30м картина течения меняется не только количественно, но и качественно (кривые 2) по сравнению с аналогичным вариантом уличных каньонов шириной 15 м и 20 м. Энергия турбулентности в рассматриваемом варианте выше, чем в узких улицах.

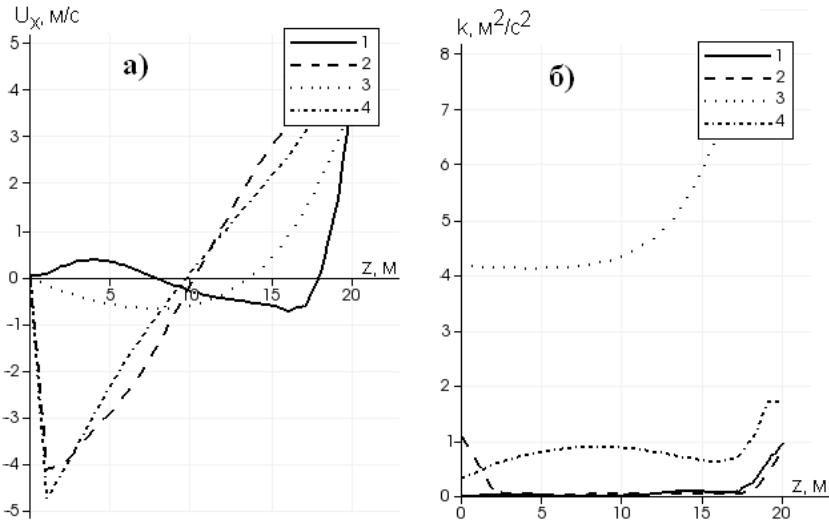


Рис. 7. Распределение горизонтальной составляющей скорости воздуха (а) и изменение энергии турбулентности (б) по высоте в центре уличных каньонов шириной 30м в момент времени 1000 секунд.

При увеличении ширины уличных каньонов до 30 м LES-модель турбулентности с пристеночными функциями качественно и количественно ведет себя как  $k - \epsilon$ -модель с пристеночными функциями.

На рис. 8а показано распределение горизонтальной составляющей скорости ветра по высоте в центре уличных каньонов шириной 40 м, а на рис. 8б – изменение энергии турбулентности в этом же сечении в момент времени 1000 секунд. Кривые 1 соответствуют варианту расчетов с использованием LES-модели турбулентности без пристеночных функций, кривые 2–LES-

модель турбулентности с пристеночными функциями, кривые 3 –  $k - \varepsilon$ -модель турбулентности без пристеночных функций, кривые 4 –  $k - \varepsilon$ -модель турбулентности с пристеночными функциями.

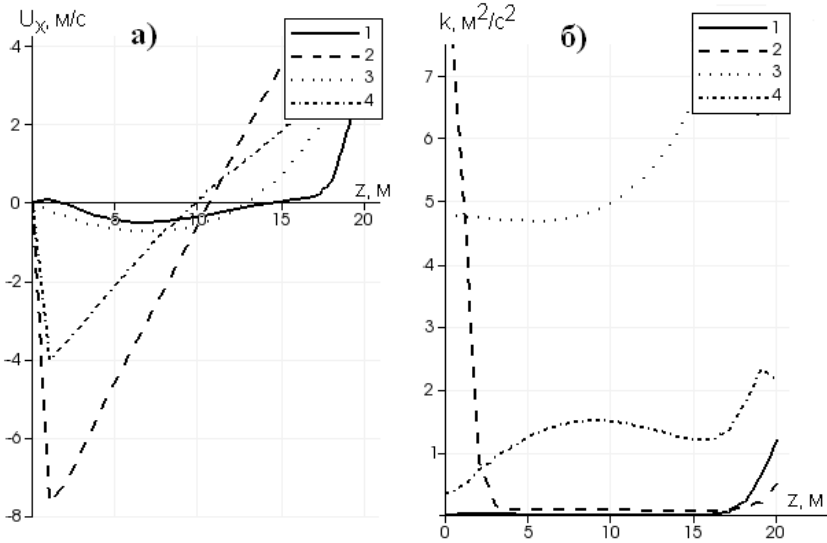


Рис. 8. Распределение горизонтальной составляющей скорости воздуха (а) и изменение энергии турбулентности (б) по высоте в центре уличных каньонов шириной 40 м в момент времени 1000 секунд.

Видно, что при такой ширине уличных каньонов качественно LES модели турбулентности ведут себя как  $k - \varepsilon$ -модели турбулентности. Скорости течения воздуха и энергия турбулентности с использованием пристеночных функций выше, чем в уличных каньонах шириной 15 м, 20 м и 30 м.

Таким образом, использование программы OpenFoam позволяет уменьшить затраты времени на программирование, минимизировать время проведения расчетов и легко визуализировать полученные результаты. На результаты расчетов оказывают влияние размер расчетной области и шаг сетки. Кроме того, результаты расчетов зависят от ширины уличных каньонов, используемых моделей турбулентности и применения пристеночных функций, а предложенные результаты расчетов нуждаются в тщательной экспериментальной проверке.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Валик М. В.* Скорость движения воздуха и энергия турбулентности в уличных каньонах с разной высотой домов по сторонам улиц // Научно-практическая конференция, посвященная дню эколога «Природа. Общество. Человек». Владикавказ: СКГМИ (ГТУ), 2011. С. 8–12.
2. Ресурсы технологической платформы программы «Университетский кластер», <http://unihub.ru>.



УДК 51–1

Мл. научн. сотр. *Кусраева З. А.*  
Южный математический институт  
Владикавказского научного центра РАН  
и Правительства РСО-Алания,  
г. Владикавказ

## ТЕОРЕМА РАДОНА–НИКОДИМА ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ ПОЛИНОМОВ

*Доказано, что аналог классической теоремы Радона–Никодима имеет место для орторегулярных полилинейных операторов и для положительных ортогонально аддитивных полиномов в порядково полных векторных решетках.*

### Введение

В последние годы значительный интерес вызывают порядковые свойства полиномов в векторных решетках. В настоящее время наибольший прогресс достигнут в изучении класса ортогонально аддитивных полиномов. В частности, в [2] получено представление однородных полиномов в виде композиции положительного оператора и специального однородного полинома степенного вида. Теоремы о представлении указанного вида полиномов фактически сводят исследование положительных ортогонально аддитивных однородных полиномов к изучению линейных положительных операторов в векторных решетках и степенного отображения в  $f$ -алгебрах.

В цикле работ Д. Магарам построена теория положительных операторов (см. обзор) [17]. В частности, в [18] введены порядко-