

УДК 519.6

**ИЗМЕНЕНИЕ ВРЕМЕНИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ
УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ
ПРИ ПЕРЕХОДЕ С ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ
BASIC НА PASCAL**

Мл. научн. сотр. **Волик М.В.**,
магистрант **Каграманян Д.Г.**

Кафедра информационных систем в экономике.
Северо-Кавказский горно-металлургический институт
(государственный технологический университет).
ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А)

Сравнивались результаты решения уравнений гидродинамики с помощью программ на языках Бейсик и Паскаль. Получено, что использование языка Паскаль позволяет существенно уменьшить время решения вычислительных задач по сравнению с языком Бейсик.

На ранних стадиях применения ЭВМ программы составлялись в кодах команд. В начале 50-х годов появляется ассемблер – язык программирования низкого уровня. В конце 50-х разрабатывается много языков высокого уровня. Одним из них является Бейсик (BASIC – Beginner’s All-purpose Symbolic Instruction Code), разработанный в 1963 – 1964 гг. в Дартмутском колледже Томасом Куртом и Джоном Кемени. Первоначально предназначался для обучения программированию. Существует множество различных версий Бейсика, которые не полностью совместимы друг с другом. Некоторые реализации Бейсика включают средства обработки данных и наборов данных.

Всеобщую популярность язык приобрел в середине 70-х годов после его появления на микрокомпьютерах. Многие языки программирования были слишком громоздкими, чтобы уместиться в небольшой памяти. Для машин с таким медленным носителем, как бумажная лента, аудиокассета и без подходящего текстового редактора такой небольшой язык, как Бейсик, был отличной находкой.

Начиная с конца 80-х, новые компьютеры стали намного более сложными и предоставляли возможности (такие как графический интерфейс пользователя), которые делали Бейсик уже не столь удобным для программирования. Бейсик начал сдавать

свои позиции, несмотря на то, что огромное количество его версий ещё использовалось и продавалось.

Вторую жизнь Бейсик получил с появлением в 1991 году [Visual Basic](#) от Microsoft. Этот язык напоминал оригинальный только синтаксисом, но был значительно более современным. Visual Basic и его варианты стали одним из наиболее часто используемых языков на платформе Windows.

В настоящее время Basic – это не один язык, а целое семейство языков, отличающихся временем создания, парадигмами программирования и синтаксисом, зачастую до полной потери совместимости программ. Ряд современных компиляторов во главе с [Visual Basic](#) и VB.NET реализуют объектно-ориентированное и событийное программирование [1].

Другим распространенным языком программирования является Паскаль (PASCAL – Program Applique a la Selection et la Compilation Automatique de la Litterature) – процедурно-ориентированный язык программирования высокого уровня, разработанный в конце 1960-х гг. Никлаусом Виртом, первоначально для обучения программированию в университетах. В своей начальной версии Паскаль имел довольно ограниченные возможности, поскольку предназначался для учебных целей, однако последующие его доработки позволили сделать его хорошим универсальным языком, широко используемым в том числе для написания больших и сложных программ. Существует ряд версий языка (например, ETH Pascal, USD Pascal, Turbo Pascal) и систем программирования на этом языке для разных типов ЭВМ. Для IBM PC наиболее популярной является система Turbo Pascal фирмы Borland (США).

Object Pascal (Delphi)– результат развития языка [Турбо Паскаль](#), который, в свою очередь, развился из языка [Паскаль](#). Паскаль был полностью процедурным языком, Турбо Паскаль, начиная с версии 5.5, добавил в Паскаль объектно-ориентированные свойства, а в Object Pascal – динамическую идентификацию типа данных с возможностью доступа к метаданным классов (то есть к описанию классов и их членов) в компилируемом коде [2].

В связи с тем, что языки Бейсик и Паскаль разрабатывались и совершенствовались с различными целями их быстродействие при решении вычислительных задач может существенно отличаться. Для проверки этого предположения сравнивалось время численного решения уравнений гидродинамики при одной и той же разностной схеме с помощью программ, написанных на языках Бейсик и Паскаль.

Решалась система уравнений (1–3) в области, приведенной на рис. [3]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -U_y \frac{\partial \omega}{\partial y} - U_z \frac{\partial \omega}{\partial z} - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \langle u_y u_z \rangle + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\omega = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -U_y \frac{\partial K}{\partial y} - U_z \frac{\partial K}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial K}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial K}{\partial z} \right) + P_K - \varepsilon, \quad (3)$$

где $\langle u_y u_z \rangle = v_t \left(\frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \right)$, $U_y = \frac{\partial \psi}{\partial z}$, $U_z = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$,

$$v_t = \sqrt{K} l, \quad l = \frac{l_0 C_d^{1/4} \kappa l_{\min}}{C_d^{1/4} \kappa l_{\min} + l_0}.$$

Масштаб турбулентности вблизи застройки считается пропорциональным расстоянию от рассматриваемой точки в потоке до ближайшей точки застройки (рис.1).

В расчетах принимались следующие граничные условия:

$$1) \text{ на входе и выходе } U_y = U_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^n; \quad U_z = 0;$$

$$2) \text{ на верхней границе } \psi = \text{const}; \quad \omega = \frac{\partial U_y}{\partial z}; \quad \frac{\partial K}{\partial z} = 0;$$

$$3) \text{ на стенках } \psi = 0; \quad \omega_w = \frac{2\psi_w + 1}{h_n^2}; \quad \frac{\partial K}{\partial n} = 0.$$

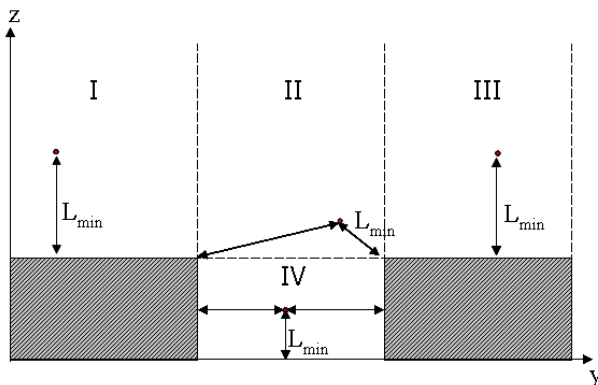


Рис. 1. Схема расчетной области.

Уравнения (1) и (3) параболического типа. Уравнение (2) – эллиптического типа.

Для решения уравнений (1–3) с заданными граничными условиями использовался метод конечных разностей.

В уравнении (1) конвективные члены представляются в разностном виде следующим образом:

$$U_y \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial U_y \omega}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \omega \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \omega \right) \Big|_{i,j} = - \frac{\frac{\psi_{i+1,j+1} - \psi_{i-1,j+1}}{2\Delta y} \omega_{i,j+1} - \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2\Delta y} \omega_{i,j}}{\Delta z}$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{i,j} = \frac{U_{xi+1,j} - U_{xi-1,j}}{2\Delta y}; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{i,j} = \frac{U_{xi,j+1} - U_{xi,j-1}}{2\Delta z}.$$

Члены, учитывающие перенос завихренности турбулентностью, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[v_t \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) \right] \Big|_{i,j} &= \frac{v_{ii+1,j} \frac{\Psi_{i+2,j} - 2\Psi_{i+1,j} + \Psi_{i,j}}{\Delta y^2} - 2v_{ii,j} \frac{\Psi_{i+1,j} - 2\Psi_{i,j} + \Psi_{i-1,j}}{\Delta y^2}}{\Delta y^2} + \\ &+ \frac{v_{ii-1,j} \frac{\Psi_{i,j} - 2\Psi_{i-1,j} + \Psi_{i-2,j}}{\Delta y^2} + v_{ii+1,j} \frac{\Psi_{i+1,j+1} - 2\Psi_{i+1,j} + \Psi_{i+1,j-1}}{\Delta z^2}}{\Delta y^2} + \\ &+ \frac{-2v_{ii,j} \frac{\Psi_{i,j+1} - 2\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1}}{\Delta z^2} + v_{ii-1,j} \frac{\Psi_{i-1,j+1} - 2\Psi_{i-1,j} + \Psi_{i-1,j-1}}{\Delta y^2}}{\Delta y^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[v_t \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) \right] \Big|_{i,j} &= \frac{v_{ii,j+1} \frac{\Psi_{i,j+2} - 2\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i,j}}{\Delta y^2} - 2v_{ii,j} \frac{\Psi_{i,j+1} - 2\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1}}{\Delta y^2}}{\Delta z^2} + \\ &+ \frac{v_{ii,j-1} \frac{\Psi_{i,j} - 2\Psi_{i,j-1} + \Psi_{i,j-2}}{\Delta y^2} - v_{ii,j+1} \frac{\Psi_{i+1,j+1} - 2\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i-1,j+1}}{\Delta z^2}}{\Delta z^2} - \\ &- \frac{-2v_{ii,j} \frac{\Psi_{i,j+1} - 2\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1}}{\Delta z^2} + v_{ii,j-1} \frac{\Psi_{i+1,j-1} - 2\Psi_{i,j-1} + \Psi_{i-1,j-1}}{\Delta z^2}}{\Delta z^2}. \end{aligned}$$

Перенос завихренности вязкостью:

$$\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \right),$$

где $\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} = \frac{\omega_{i+1,j} - 2\omega_{i,j} + \omega_{i-1,j}}{\Delta y^2}, \quad \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} = \frac{\omega_{i,j+1} - 2\omega_{i,j} + \omega_{i,j-1}}{\Delta z^2}.$

Левая часть уравнения представляется в виде:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k}{\Delta t}.$$

Во всех слагаемых правой части неизвестные берутся на предыдущем (k -м) временном слое. Такая разностная схема называется явной. Такая схема легко реализуется, но для того чтобы не возникла вычислительная неустойчивость, то есть ошибка не стала возрастать, необходимо, чтобы временной шаг Δt был много меньше, чем пространственные шаги Δy и Δz . В результате время расчетов оказывается достаточно большим.

Уравнение (2) записывается в конечно-разностном виде:

$$-\omega_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta y^2} + \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta z^2},$$

при $\Delta y = \Delta z$ это выражение можно переписать:

$$\psi_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} + \omega_{i,j}(\Delta y)^2}{4}.$$

При заданном значении $\omega_{i,j}$ полученное разностное уравнение решается методом итераций. Значения в правой части берутся из предыдущей итерации и вычисляется значение в левой части до тех пор, пока во всех точках сетки отличия между предыдущим и последующим значениями не станут меньше заданной точности. Такой метод называется методом Зейделя.

Блок схема программы представлена на рис. 2.

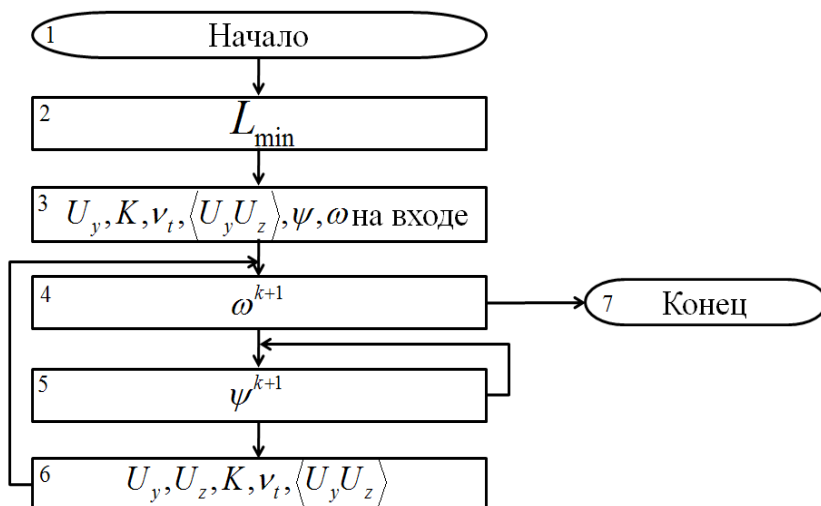


Рис.2. Блок-схема программы.

Конечно-разностная запись уравнения (3) аналогична соответствующей записи уравнения (1). Рассчитывались стационарные значения переменных, то есть уравнения решались до тех пор, пока производные по времени не становились меньше заданной точности. Такой метод решений называется методом установления.

Использовалась сетка с числом шагов по горизонтали и вертикали равным 100. Число итераций при решении уравнения (2) принималось равным 20, а число временных шагов равным 1000. Время решения при использовании программы на языке Бейсик (VB версия 5.0) в этом случае было равно 0,16 секунд, а на языке Паскаль (Delphi 7) – 0,07 секунд.

Таким образом, использование языка Паскаль позволяет существенно уменьшить время решения вычислительных задач, по сравнению с использованием языка Бейсик.

ЛИТЕРАТУРА

1. <http://progopedia.ru/language/basic/>
2. Бекман И.Н. Компьютерные науки.
<http://profbeckman.narod.ru/Komp.htm>

3. *Валик М.В.* Математическое моделирование течения воздуха в уличном каньоне. // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2010. № 6. С.11–14