

УДК 004.8

Асп. *Кудухов А. Н.*
Северо-Кавказский горно-металлургический институт
(государственный технологический университет),
г. Владикавказ, РСО-Алания, Россия

АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИИ e^{-x^2} С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

В статье рассмотрена структура нейронной сети для аппроксимации функции $y = e^{-x^2}$.

Нейронная сеть

Нейронные сети – это одно из направлений исследований в области искусственного интеллекта, основанное на попытках воспроизвести нервную систему человека. А именно, способность нервной системы обучаться и исправлять ошибки, что должно позволить смоделировать, хотя и достаточно грубо, работу человеческого мозга.

Нейронная сеть – это система, состоящая из многих простых вычислительных элементов, называемых *нейронами*, работающих параллельно, функция которых определяется структурой сети, силой взаимосвязанных связей, а вычисления производятся в самих элементах.

Нейрон – это составная часть нейронной сети. В состав нейрона входят умножители, сумматоры и нелинейный преобразователь. Синапсы осуществляют связь между нейронами и умножают входной сигнал на число, характеризующее силу связи – веса синапсов.

Считается, что способность мозга к обработке информации в основном обусловлена функционированием сетей, состоящих из таких нейронов [3].

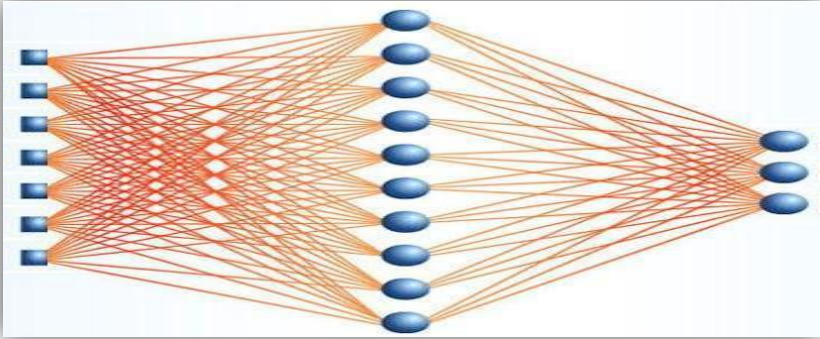


Рис. 1. Нейронная сеть прямого распространения.

Для аппроксимации функции $y = e^{-x^2}$, построим трехслойную нейронную сеть прямого распространения. В качестве функции активации возьмем гиперболический тангенс $\mathbf{tanh} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

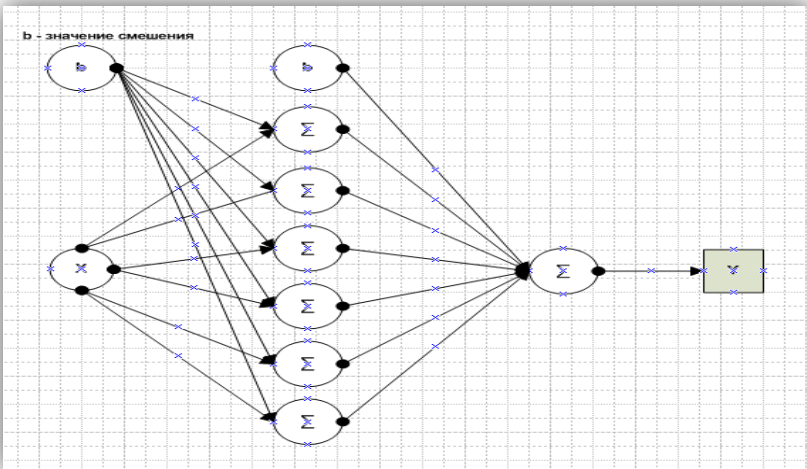


Рис. 2. Трехслойная нейронная сеть прямого распространения.

Перед тем как использовать нейронную сеть для аппроксимации функции $y = e^{-x^2}$, ее нужно обучить. **Обучить** – это значит скорректировать веса нейронной сети таким образом, чтобы нейронная сеть выдавала значение, близкое к желаемому выходу.

Покажем процесс обучения нейронной сети на языке программирования C#.

```
/// <summary>
/// Процесс обучения
/// </summary>
private double[] ProcessLearn(double[] sourceV, double[] targetV)
{
    var computeV = ComputeVector(sourceV);

    double[] diff_value = TargetVector(computeV, targetV);
    if (CheckSumError(diff_value))
    {
        var errors = ErrorResult(diff_value, computeV);
        CorrectWiegth(errors, layers.Length - 1);
        //-----//
        int lastLayerIndex = layers.Length - 1;
        int hiddenLayerIndex = lastLayerIndex - 1;
        ComputeError(errors, hiddenLayerIndex, lastLayerIndex);
        SetStep(0.001);
    }

    return computeV;
}
```

Рис. 3. Реализация процесса обучения на языке программирования C#.

Как видно на рис. 3. метод **ProcessLearn** получает входные данные, производит вычисления и если разница между входными и выходными значениями превышает некоторую константу $Error_{max}$, то происходит корректировка весов сети для уменьшения разности.

После обучение сети можно аппроксимировать функции $y = e^{-x^2}$.

```

Аппроксимация функции  $e^{-x^2}$ :
0,4
x = 0,4 <==>  $e^{-x^2}(0,4) = 0,85214$  <==> net(0,4) = 0,86186
0,6
x = 0,6 <==>  $e^{-x^2}(0,6) = 0,69768$  <==> net(0,6) = 0,68667
0,8
x = 0,8 <==>  $e^{-x^2}(0,8) = 0,52729$  <==> net(0,8) = 0,52258
0,144
x = 0,144 <==>  $e^{-x^2}(0,144) = 0,97948$  <==> net(0,144) = 0,97523
0,15
x = 0,15 <==>  $e^{-x^2}(0,15) = 0,97775$  <==> net(0,15) = 0,97406
0,19
x = 0,19 <==>  $e^{-x^2}(0,19) = 0,96454$  <==> net(0,19) = 0,96489
0,356
x = 0,356 <==>  $e^{-x^2}(0,356) = 0,88097$  <==> net(0,356) = 0,89205
0,77
x = 0,77 <==>  $e^{-x^2}(0,77) = 0,55272$  <==> net(0,77) = 0,54353

```

Рис. 4. Результат аппроксимация функции $y = e^{-x^2}$.

Для наглядности выпишем вычисленные значения в таблицу.

Результат аппроксимации функции $y = e^{-x^2}$

Значение X	$y = e^{-x^2}$	Neuron Net(x)
0,4	0,85214	0,86186
0,6	0,69768	0,68667
0,8	0,52729	0,52258
0,144	0,97948	0,97523
0,15	0,97775	0,97406
0,19	0,96454	0,96489
0,356	0,88097	0,89205
0,77	0,55272	0,54353

Как видно из таблицы, мы смогли обучить нашу нейронную сеть так, что она способна аппроксимировать функцию $y = e^{-x^2}$ с точностью, равной $\pm 0,01$.

Для более детального представления изобразим аппроксимацию функции $y = e^{-x^2}$ на графике.

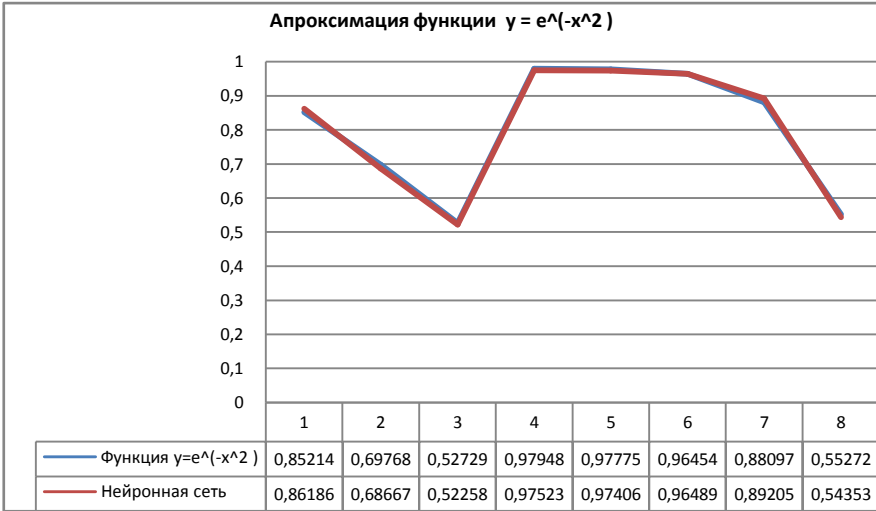


Рис. 4. График аппроксимация функции $y = e^{-x^2}$.

Заключение

Подводя итог, можно сказать, что нейронные сети получили большое применение в различных отраслях. С их помощью решаются множество задач распознавания образов, аппроксимация функции, управления, прогнозирования, идентификации сложных систем. В данной статье на примере трехслойной нейронной сети показан процесс обучения сети, позволяющий аппроксимировать функцию $y = e^{-x^2}$ с точностью ответа $\pm 0,01$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. М.: Изд-во «Вильямс», 2006. 1104 с.
2. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект. Современный подход. М.: Изд-во «Вильямс», 2006. 1408 с.
3. Уосермен Ф. Нейрокомпьютерная техника. М.: Мир. 1992. 240 с.